Contenido: Multiplicación de dos binomios (3).

P

Efectúe la multiplicación indicada $(x+3)(x+5)$ de forma vertical.

S

Para multiplicar $x+3$ por $x+5$ de forma vertical, se siguen los siguientes pasos:

1) Se escribe $x+5$ debajo $x+3$ y se traza una línea horizontal.
2) Se multiplica la x del binomio $x+5$ por el binomio $x+3$, obteniéndose x^2+3x, resultado que se escribe debajo de la horizontal trazada.
3) Se multiplica el 5 del binomio $x+5$ por $x+3$, dando el resultado $5x+15$ que se coloca debajo de x^2+3x, pero respetando la semejanza de términos.
4) Se simplifican términos semejantes.

1)

$$\begin{array}{rcccc} & x & + & 3 & \\ \times & x & + & 5 & \\ \hline \end{array}$$

2)

$$\begin{array}{rcccc} & x & + & 3 & \\ \times & x & + & 5 & \\ \hline & x^2 & + & 3x & \end{array}$$

3)

$$\begin{array}{rcccccc} & x & + & 3 & & \\ \times & x & + & 5 & & \\ \hline & x^2 & + & 3x & & \\ & & + & 5x & + & 15 \\ \hline \end{array}$$

4)

$$\begin{array}{rcccccc} & x & + & 3 & & \\ \times & x & + & 5 & & \\ \hline & x^2 & + & 3x & & \\ & & + & 5x & + & 15 \\ \hline & x^2 & + & 8x & + & 15 \end{array}$$

C

Para multiplicar los binomios $x+a$ y $x+b$:

1. Se escribe $x+b$ debajo de $x+a$ y se traza una línea horizontal debajo de $x+b$.
2. Se multiplica el primer término x de $x+b$ por los dos términos del binomio $x+a$. El resultado obtenido se coloca debajo de la horizontal trazada.
3. Se multiplica b por $x+a$. El resultado se coloca debajo del binomio encontrado en 2., pero respetando la semejanza de términos.
4. Se simplifican los términos semejantes.

Ejemplo Efectúe la multiplicación indicada $(x+9)(x-7)$ de forma vertical.

Para efectuar la multiplicación $(x+9)(x-7)$ se siguen los pasos de la conclusión.

$$\begin{array}{rcccccc} & x & + & 9 & & \\ \times & x & - & 7 & & \\ \hline & x^2 & + & 9x & & \\ & & - & 7x & - & 63 \\ \hline & x^2 & + & 2x & - & 63 \end{array}$$

E

Efectúe las siguientes multiplicaciones de binomios de forma vertical:

a) $(x+3)(x+4)$ b) $(x+5)(x-1)$ c) $(x+2)(x-1)$ d) $(x-7)(x-6)$

Contenido: Multiplicación de polinomios

P

Efectúe la siguiente multiplicación de polinomios $(2x^2 - 3x - 2)(3x^2 - 4x + 6)$.

S

Los polinomios están completos, por tanto, se efectúa de forma vertical.

$$
\begin{array}{rrrrrrrrr}
 & 2x^2 & - & 3x & - & 2 & & & \\
\times & 3x^2 & - & 4x & + & 6 & & & \\
\hline
 & 6x^4 & - & 9x^3 & - & 6x^2 & & & \\
 & & - & 8x^3 & + & 12x^2 & + & 8x & \\
 & & & & + & 12x^2 & - & 18x & - \; 12 \\
\hline
 & 6x^4 & - & 17x^3 & + & 18x^2 & - & 10x & - \; 12
\end{array}
$$

El polinomio $3x^2 - 3x - 2$ está completo porque sus variables tienen como exponente cada número natural hasta el 2.

C

Para multiplicar dos polinomios de forma vertical:

1. Se completan los polinomios en caso de ser necesario.
2. Se colocan los dos polinomios uno debajo del otro.
3. Se multiplican los polinomios de forma análoga que la multiplicación de dos binomios.

Ejemplo

Calcule el siguiente producto $(2x^2 - 1)(5x + 3)$.

El polinomio $2x^2 - 1$ no está completo. Entonces, este se completa agregando el término faltante con coeficiente 0:

$2x^2 - 1 = 2x^2 + 0x - 1$. Luego,

$2x^2 - 1$ no está completo porque falta el término de la variable con exponente igual a 1.

$$(2x^2 - 1)(5x + 3) = (2x^2 + 0x - 1)(5x + 3)$$

Ahora se efectúa el producto de forma vertical, alineándolos a la izquierda.

$$
\begin{array}{rrrrrrrr}
 & 2x^2 & + & 0x & - & 1 & & \\
\times & 5x & + & 3 & & & & \\
\hline
 & 10x^3 & + & 0 & - & 5x & & \\
 & & + & 6x^2 & + & 0 & - & 3 \\
\hline
 & 10x^3 & + & 6x^2 & - & 5x & - & 3
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
(5x)(0x) &= (5)(0)x^2 \\
&= 0x^2 \\
&= 0
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
(3)(0x) &= (3)(0)x \\
&= 0x \\
&= 0
\end{aligned}
$$

E

Calcule los siguientes productos

a) $(3x^2 + 2x - 1)(x^2 - 2x + 3)$

b) $(5x^2 + 4x - 3)(x^2 - 1)$

c) $(x^2 + x + 1)(x^2 - x - 1)$

d) $(2y^2 - 5y + 4)(y^2 - y + 2)$

Contenido: División de monomio por monomio

P

Efectúe la división indicada $24a^2b^3 \div 3ab$.

Recuerde:
$A \div B = \dfrac{A}{B}$
$a^2b^3 = a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b$

S

$$24a^2b^3 \div 3ab = \frac{24a^2b^3}{3ab}$$

Se expresa la división como una fracción

$$= \frac{\cancel{24} \cdot \cancel{a} \cdot a \cdot \cancel{b} \cdot b \cdot b}{\cancel{3} \cdot \cancel{a} \cdot \cancel{b}}$$

Se descompone a^2 y b^3 en $a \cdot a$ y $b \cdot b \cdot b$, respectivamente

$$= 8ab^2$$

Se simplifica numerador y denominador cancelando sus factores comunes

Por tanto, $24a^2b^3 \div 3ab = 8ab^2$.

C

Para dividir un monomio entre otro:

1. Se expresa la división como una fracción.
2. Se descomponen las partes literales del numerador y denominador en factores de exponente 1, si es necesario.
3. Se simplifican los coeficientes y los factores comunes que aparecen en el numerador y el denominador.

Ejemplo

Efectúe las siguientes divisiones de monomios:

a) $20xy \div 5y$ b) $16a^2 \div 4a$ c) $-12a^2 \div 3a$ d) $15x^2 \div (-5x^2)$

a) $20xy \div 5y = \dfrac{20xy}{5y} = \dfrac{(4)(\cancel{5})x \cdot \cancel{y}}{\cancel{5}\cancel{y}} = 4x$

b) $16a^2 \div 4a = \dfrac{16a^2}{4a} = \dfrac{(4)(\cancel{4})\cancel{a} \cdot a}{\cancel{4}\cancel{a}} = 4a$

c) $-12a^2 \div 3a = \dfrac{-12a^2}{3a} = \dfrac{(-4)(\cancel{3})\cancel{a} \cdot a}{\cancel{3}\cancel{a}}$
$= -4a$

d) $15x^2 \div (-5x^2) = \dfrac{15x^2}{-5x^2} = \dfrac{(\cancel{5})(3)\cancel{x} \cdot \cancel{x}}{-\cancel{5}\cancel{x} \cdot \cancel{x}}$
$= -3$

E

Efectúe las siguientes divisiones de monomios:

a) $10ab \div 2a$

b) $50m^3 \div (-10m)$

c) $-15p^3 \div 3p^3$

d) $22x^6y^2 \div 11x^2y$

Contenido: División de binomio por monomio

P

Efectúe las divisiones indicadas

a) $(16x - 24y) \div 8$ b) $(-12x + 30xy) \div 6x$

$$\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

S

a) $(16x - 24y) \div 8 = \dfrac{16x - 24y}{8}$ Se expresa la división como una fracción

$= \dfrac{\cancel{16}x}{\cancel{8}} - \dfrac{\cancel{24}y}{\cancel{8}}$ Se divide cada término del numerador por el denominador común

$= 2x - 3y$ Se simplifica

b) $(-12x + 30xy) \div 6x = \dfrac{-12x + 30xy}{6x}$ Se expresa la división como una fracción

$= \dfrac{-\cancel{12}\cancel{x}}{\cancel{6}\cancel{x}} + \dfrac{\cancel{30}\cancel{x}y}{\cancel{6}\cancel{x}}$ Se divide cada término del numerador por el denominador común

$= -2 + 5y$ Se simplifica

$= 5y - 2$ Se reescriben los términos con sus signos.

C

Para dividir un binomio por un monomio:

1. Se expresa la división como una fracción, cuyo numerador es el binomio dado y denominador el monomio divisor.
2. Se expresa la fracción anterior como una suma o diferencia de fracciones con igual denominador.
3. En cada fracción se lleva a cabo la división de un monomio por otro.
4. Se escribe la suma o diferencia de fracciones simplificadas.

Ejemplo Efectúe la división indicada $(9x^2y - 18y) \div (-3y)$:

Para efectuar $(9x^2y - 18y) \div (-3y)$ se siguen los pasos de la conclusión anterior.

$$(9x^2y - 18y) \div (-3y) = \frac{9x^2y - 18y}{-3y} = \frac{9x^2y}{-3y} - \frac{18y}{-3y}$$

$$= \frac{(\cancel{3})(3)x^2\cancel{y}}{-\cancel{3}\cancel{y}} - \frac{(6)(\cancel{3})\cancel{y}}{-\cancel{3}\cancel{y}} = -3x^2 + 6$$

E

Efectúe las siguientes divisiones:

a) $(16x - 8y) \div 8$ b) $(20y^2 + 15y) \div (-10y)$

Contenido: División de trinomio por binomio

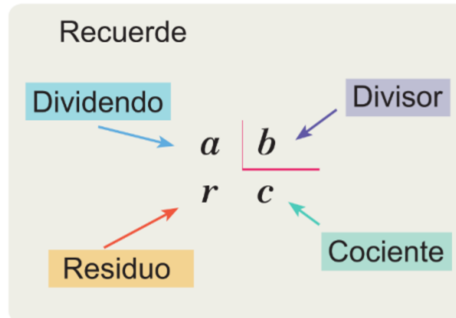
P

Efectúe la división indicada $(x^2+7x+12)\div(x+3)$.

S

La división se efectúa de la siguiente forma:

$$\begin{array}{rrrrr|rrr}
x^2 & + & 7x & + & 12 & x & + & 3 \\ \cline{6-8}
-x^2 & & -3x & & & x & + & 4 \\ \cline{1-5}
 & & 4x & + & 12 & & & \\
 & & -4x & - & 12 & & & \\ \cline{1-5}
 & & & & 0 & & &
\end{array}$$



Entonces, la división da como resultado **el cociente $x+4$ y residuo cero.**

C

Para dividir un trinomio en x entre un binomio x:

1. Se divide el término de mayor grado del dividendo entre el término de mayor grado del divisor. El resultado es el primer término del cociente y se escribe debajo del divisor.
2. Se multiplica el término obtenido en el paso anterior por el divisor, se escribe el producto debajo del dividendo y se resta de este.
3. Se repiten los pasos 1 y 2 hasta que el residuo sea un número.

Ejemplo Efectúe la división indicada $(x^2-9x+20)\div(x-4)$.

La división se realiza siguiendo los pasos de la conclusión.

$$\begin{array}{rrrrr|rrr}
x^2 & - & 9x & + & 20 & x & - & 4 \\ \cline{6-8}
-x^2 & + & 4x & & & x & - & 5 \\ \cline{1-5}
 & & -5x & + & 20 & & & \\
 & & 5x & - & 20 & & & \\ \cline{1-5}
 & & & & 0 & & &
\end{array}$$

Entonces, la división da como resultado el cociente $x-5$ y residuo cero.

E

Efectúe las siguientes divisiones de trinomio por binomio:

a) $(x^2+13x+30)\div(x+3)$

b) $(6x^2-7x-20)\div(2x-5)$

c) $(12x^2-x-6)\div(3x+2)$

Contenido: División de polinomio por polinomio

P

Efectúe la división indicada $(x^3 + 4x^2 + 5x + 2) \div (x^2 + 2x + 1)$.

S

Se divide de forma análoga que un trinomio entre binomio:

$$
\begin{array}{r|l}
x^3 + 4x^2 + 5x + 2 & x^2 + 2x + 1 \\ \cline{2-2}
-x^3 - 2x^2 - x \phantom{{}+2} & x + 2 \\ \hline
2x^2 + 4x - 2 & \\
-2x^2 - 4x - 2 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

En la división, el cociente es $x + 2$ y residuo $\mathbf{0}$.

C

Para dividir un polinomio entre otro polinomio:

1. Se utiliza un proceso análogo al de dividir un trinomio entre un binomio.
2. Se repiten estos pasos hasta que el residuo sea un número o un polinomio cuyo grado sea menor que el grado del divisor (el **grado** de un polinomio es el mayor exponente que este contiene).

Ejemplo

Efectúe la división indicada $(x^3 + 3x^2 + 2x - 2) \div (x^2 + x - 2)$

Se siguen los pasos de la conclusión:

$$
\begin{array}{r|l}
x^3 + 3x^2 + 2x - 2 & x^2 + x - 2 \\ \cline{2-2}
-x^3 - x^2 + 2x \phantom{{}-2} & x + 2 \\ \hline
2x^2 + 4x - 2 & \\
-2x^2 - 2x + 4 & \\ \cline{1-1}
2x + 2 &
\end{array}
$$

El grado del divisor es $\mathbf{2}$ y el grado del residuo es $\mathbf{1}$.

En la división, el cociente es $x + 2$ y residuo $2x + 2$.

E

Efectúe las siguientes divisiones.

a) $(x^3 - 2x^2 + 4x - 3) \div (x^2 - x + 3)$

b) $(2x^3 + 7x^2 + 6x + 1) \div (2x^2 + 5x + 1)$